

KSN — III FK — zadanie 7.1

Równania różniczkowe zwyczajne

Spróbujmy rozwiązać równanie różniczkowe opisujące wahadło matametyczne. Z drugiej zasady dynamiki Newtona mamy:

$$\ddot{\varphi} = -\frac{g}{l} \sin \varphi \quad (1)$$

oraz jego przybliżenie dla małych kątów φ

$$\ddot{\varphi} = -\frac{g}{l} \varphi \quad (2)$$

gdzie l jest długością wahadła, g — przyspieszeniem ziemskim, zaś φ bieżącym kątem jaki tworzy nić wahadła z pionem. Równanie (1) można przepisać jako układ dwóch równań pierwszego rzędu:

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = -\frac{g}{l} \sin \varphi \\ \frac{d\varphi}{dt} = \omega \end{cases} \quad (3)$$

Proszę rozwiązać układy (1) i (2) metodą Rungego–Kutty na przedziale co najmniej trzech-czterech okresów drgań $T = 2\pi\sqrt{l/g}$. Wyniki dla równania (2) proszę porównać z rozwiązaniem analitycznym. Za warunki początkowe przyjmij wychylenie $\varphi_0 \neq 0$ i prędkość kątową $\omega_0 = 0$.

Krzysztof Malarz, Kraków, 7 stycznia 2004